
Exercícios Resolvidos de Física Básica

Jason Alfredo Carlson Gallas, professor titular de física teórica,
Doutor em Física pela Universidade Ludwig Maximilian de Munique, Alemanha

Universidade Federal da Paraíba (João Pessoa, Brasil)
Departamento de Física



Numeração conforme a **SEXTA** edição do “Fundamentos de Física”, Halliday, Resnick e Walker.

Esta e outras listas encontram-se em: <http://www.fisica.ufpb.br/~jgallas>

Contents

9	Sistemas de Partículas	2
9.1	Questões	2
9.2	Problemas e Exercícios	2
9.2.1	O Centro de Massa	2
9.2.2	O Momento Linear	5
9.2.3	Conservação do Momento Linear	6
9.2.4	Sistemas de Massa Variável: Um Foguete	7
9.2.5	Sistemas de Partículas: Variações na Energia Cinética	8

Comentários/Sugestões e Erros: favor enviar para [jasongallas @ yahoo.com](mailto:jasongallas@yahoo.com) (sem “br” no final...)
(listaq3.tex)

9 Sistemas de Partículas

9.1 Questões

Q 9-2

Qual a localização do centro de massa da atmosfera da Terra?

►

9.2 Problemas e Exercícios

9.2.1 O Centro de Massa

E 9-1 (9-1/6ª edição)

(a) A que distância o centro de massa do sistema Terra-Lua se encontra do centro da Terra? (Use os valores das massas da Terra e da Lua e da distância entre os dois astros que aparecem no Apêndice C.) (b) Expresse a resposta do item (a) como uma fração do raio da Terra.

► (a) Escolha a origem no centro da Terra. Então a distância r_{CM} do centro de massa do sistema Terra-Lua é dada por

$$r_{CM} = \frac{m_L r_m}{m_L + m_T},$$

onde m_L é a massa da Lua, m_T é a massa da Terra, a r_m é a separação média entre Terra e Lua. Tais valores encontram-se no Apêndice C. Em números temos,

$$\begin{aligned} r_{CM} &= \frac{(7.36 \times 10^{22})(3.2 \times 10^8)}{7.36 \times 10^{22} + 5.98 \times 10^{24}} \\ &= 4.64 \times 10^6 \text{ m.} \end{aligned}$$

(b) O raio da Terra é $R_T = 6.37 \times 10^6$ m, de modo que temos

$$\frac{r_{CM}}{R_T} = \frac{4.64 \times 10^6}{6.37 \times 10^6} = 0.73.$$

Observe que a fração entre as massas é

$$\frac{m_L}{m_T} = \frac{7.36 \times 10^{22}}{5.98 \times 10^{24}} = \text{?????}$$

E 9-3 (9-3/6ª)

(a) Quais são as coordenadas do centro de massa das três partículas que aparecem na Fig. 9-22? (b) O que acontece com o centro de massa quando a massa da partícula de cima aumenta gradualmente?

► (a) Sejam $(x_1, y_1) = (0, 0)$, $(x_2, y_2) = (1, 2)$ e $(x_3, y_3) = (2, 1)$ as coordenadas (em metros) das três partículas cujas respectivas massas designamos por m_1 , m_2 e m_3 . Então a coordenada x do centro de massa é

$$\begin{aligned} x_{CM} &= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3} \\ &= \frac{0 + (8.0)(1.0) + (4.0)(2.0)}{3.0 + 8.0 + 4.0} = 1.1 \text{ m.} \end{aligned}$$

enquanto que a coordenada y é

$$\begin{aligned} y_{CM} &= \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3} \\ &= \frac{0 + (8.0)(2.0) + (4.0)(1.0)}{3.0 + 8.0 + 4.0} = 1.3 \text{ m.} \end{aligned}$$

(b) A medida que a massa da partícula de cima é aumentada o centro de massa desloca-se em direção a aquela partícula. No limite, quando a partícula de cima for muito mais massiva que as outras, o centro de massa coincidirá com a posição dela.

E 9-12* (9-9/6ª)

Uma lata em forma de cilindro reto de massa M , altura H e densidade uniforme está cheia de refrigerante (Fig. 9-30). A massa total do refrigerante é m . Fazemos pequenos furos na base e na tampa da lata para drenar o conteúdo e medimos o valor de h , a distância vertical entre o centro de massa e a base da lata, para várias situações. Qual é o valor de h para (a) a lata cheia e (b) a lata vazia? (c) O que acontece com h enquanto a lata está sendo esvaziada? (d) Se x é a altura do líquido que resta em um determinado instante, determine o valor de x (em função de M , H e m) no momento em que o centro de massa se encontra o mais próximo possível da base da lata.

► (a) Como a lata é uniforme seu centro de massa está localizado no seu centro geométrico, a uma distância $H/2$ acima da sua base. O centro de massa do refrigerante está no seu centro geométrico, a uma distância $x/2$ acima da base da lata. Quando a lata está cheia tal posição coincide com $H/2$. Portanto o centro de massa da lata e com o refrigerante que ela contém está a uma distância

$$h = \frac{M(H/2) + m(H/2)}{M + m} = \frac{H}{2}$$

acima da base, sobre o eixo do cilindro.

(b) Consideramos agora a lata sozinha. O centro de massa está em $H/2$ acima da base, sobre o eixo do cilindro.

(c) A medida que x decresce o centro de massa do refrigerante na lata primeiramente diminui, depois cresce até $H/2$ novamente.

(d) Quando a superfície superior do refrigerante está a uma distância x acima da base da lata a massa do refrigerante na lata é $m_r = (x/H)m$, onde m é a massa quando a lata está cheia ($x = H$). O centro de massa do refrigerante está apenas a uma distância $x/2$ da base da lata. Logo

$$\begin{aligned} h &= \frac{M(H/2) + m_r(x/2)}{M + m_r} \\ &= \frac{M(H/2) + (x/H)m(x/2)}{M + mx/H} \\ &= \frac{MH^2 + mx^2}{2(MH + mx)}. \end{aligned}$$

Encontramos a posição mais baixa do centro de massa da lata com refrigerante igualando a zero a derivada de h em relação a x e resolvendo em relação a x . A derivada é dada por

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dx} &= \frac{2mx}{2(MH - mx)} - \frac{(MH^2 + mx^2)m}{2(MH + mx)^2} \\ &= \frac{m^2x^2 + 2MmHx - MmH^2}{2(MH + mx)^2}. \end{aligned}$$

A solução de $m^2x^2 + 2MmHx - MmH^2 = 0$ é

$$x = \frac{MH}{m} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{m}{M}} \right].$$

Usamos a solução positiva pois x é positivo.

Substituindo-se agora o valor de x na expressão de h acima, ou seja, em

$$h = \frac{MH^2 + mx^2}{2(MH + mx)},$$

e simplificando, encontramos finalmente que

$$h = \frac{HM}{m} \left(\sqrt{1 + \frac{m}{M}} - 1 \right).$$

E 9-14 (9-11/6^a)

Um velho Galaxy com uma massa de 2400 kg está viajando por uma estrada reta a 80 km/h. Ele é seguido por um Escort com uma massa de 1600 kg viajando a

60 km/h. Qual a velocidade do centro de massa dos dois carros?

► Sejam m_G e v_G a massa e a velocidade do Galaxy e m_E e v_E a massa e velocidade do Escort. Então, conforme a Eq. (9-19), a velocidade do centro de massa é dada por

$$\begin{aligned} v_{CM} &= \frac{m_G v_G + m_E v_E}{m_G + m_E} \\ &= \frac{(2400)(80) + (1600)(60)}{2400 + 1600} = 72 \text{ km/h.} \end{aligned}$$

Note que as duas velocidades estão no mesmo sentido, de modo que ambos termos no numerador tem o mesmo sinal. As unidades usadas *não* são do Sistema Internacional.

E 9-20 (9-15/6^a)

Um projétil é disparado por um canhão com uma velocidade inicial de 20 m/s. O ângulo do disparo é 60° em relação à horizontal. Quando chega ao ponto mais alto da trajetória, o projétil explode em dois fragmentos de massas iguais (Fig. 9-33). Um dos fragmentos, cuja velocidade imediatamente após a explosão é zero, cai verticalmente. A que distância do canhão o outro fragmento atinge o solo, supondo que o terreno seja plano e a resistência do ar possa ser desprezada?

► Precisamos determinar as coordenadas do ponto de explosão e a velocidade do fragmento que não cai reto para baixo. Tais dados são as condições iniciais para um problema de movimento de projéteis, para determinar onde o segundo fragmento aterrissa.

Consideremos primeiramente o movimento do projétil original, até o instante da explosão. Tomemos como origem o ponto de disparo, com o eixo x tomado horizontal e o eixo y vertical, positivo para cima. A componente y da velocidade é dada por $v = v_{0y} - gt$ e é zero no instante de tempo $t = v_{0y}/g = (v_0/g) \text{ sen}\theta_0$, onde v_0 é a velocidade inicial e θ_0 é o ângulo de disparo. As coordenadas do ponto mais alto são

$$\begin{aligned} x = v_{0x} t &= [v_0 \cos \theta_0] t \\ &= \frac{(v_0)^2}{g} \text{ sen}\theta_0 \cos \theta_0 \\ &= \frac{(20)^2}{9.8} \text{ sen}60^\circ \cos 60^\circ = 17.7 \text{ m,} \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} y &= v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} \text{ sen}^2 \theta_0 \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{(20)^2}{9.8} \sin^2 60^\circ = 15.3 \text{ m.}$$

Já que nenhuma força horizontal atua no sistema, a componente horizontal do momento é conservada. Uma vez que um dos fragmentos tem velocidade zero após a explosão, o momento do outro fragmento tem que ser igual ao momento do projétil originalmente disparado.

A componente horizontal da velocidade do projétil original é $v_0 \cos \theta_0$. Chamemos de M a massa do projétil inicial e de V_0 a velocidade do fragmento que se move horizontalmente após a explosão. Assim sendo, temos

$$Mv_0 \cos \theta_0 = \frac{MV_0}{2},$$

uma vez que a massa do fragmento em questão é $M/2$. Isto significa que

$$\begin{aligned} V_0 &= 2v_0 \cos \theta_0 \\ &= 2(20) \cos 60^\circ = 20 \text{ m/s.} \end{aligned}$$

Agora considere um projétil lançado horizontalmente no instante $t = 0$ com velocidade de 20 m/s a partir do ponto com coordenadas $(x_0, y_0) = (17.7, 15.3)$ m. Sua coordenada y é dada por $y = y_0 - gt^2/2$, e quando ele aterrissa temos $y = 0$. O tempo até a aterrissagem é $t = \sqrt{2y_0/g}$ e a coordenada x do ponto de aterrissagem é

$$\begin{aligned} x = x_0 + V_0 t &= x_0 + V_0 \sqrt{\frac{2y_0}{g}} \\ &= 17.7 + 20 \sqrt{\frac{2(15.3)}{9.8}} = 53 \text{ m.} \end{aligned}$$

E 9-21 (9-17/6^a)

Dois sacos idênticos de açúcar são ligados por uma corda de massa desprezível que passa por uma roldana sem atrito, de massa desprezível, com 50 mm de diâmetro. Os dois sacos estão no mesmo nível e cada um possui originalmente uma massa de 500 g. **(a)** Determine a posição horizontal do centro de massa do sistema. **(b)** Suponha que 20 g de açúcar são transferidos de um saco para o outro, mas os sacos são mantidos nas posições originais. Determine a nova posição horizontal do centro de massa. **(c)** Os dois sacos são liberados. Em que direção se move o centro de massa? **(d)** Qual é a sua aceleração?

► **(a)** Escolha o centro do sistema de coordenadas como sendo o centro da roldana, com o eixo x horizontal e

para a direita e com o eixo y para baixo. O centro de massa está a meio caminho entre os sacos, em $x = 0$ e $y = \ell$, onde ℓ é a distância vertical desde o centro da roldana até qualquer um dos sacos.

(b) Suponha 20 g transferidas do saco da esquerda para o saco da direita. O saco da esquerda tem massa 480 g e está em $x_1 = -25$ mm. O saco à direita tem massa 520 g e está em $x_2 = +25$ mm. A coordenada x do centro de massa é então

$$\begin{aligned} x_{CM} &= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{(480)(-25) + (520)(+25)}{420 + 520} = 1.0 \text{ mm.} \end{aligned}$$

A coordenada y ainda é ℓ . O centro de massa está a 26 mm do saco mais leve, ao longo da linha que une os dois corpos.

(c) Quando soltos, o saco mais pesado move-se para baixo e o saco mais leve move-se para cima, de modo que o centro de massa, que deve permanecer mais perto do saco mais pesado, move-se para baixo.

(d) Como os sacos estão conectados pela corda, que passa pela roldana, suas acelerações tem a mesma magnitude mas direções opostas. Se a é a aceleração de m_2 , então $-a$ é a aceleração de m_1 . A aceleração do centro de massa é

$$a_{CM} = \frac{m_1(-a) + m_2 a}{m_1 + m_2} = a \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}.$$

Precisamos recorrer à segunda lei de Newton para encontrar a aceleração de cada saco. A força da gravidade $m_1 g$, para baixo, e a tensão T na corda, para cima, atuam no saco mais leve. A segunda lei para tal saco é

$$m_1 g - T = -m_1 a.$$

O sinal negativo aparece no lado direito porque a é a aceleração do saco mais pesado (que qão é o que estamos considerando!). As mesma forças atuam no saco mais pesado e para ele a segunda lei de Newton fornece

$$m_2 g - T = m_2 a.$$

A primeira equação fornece-nos $T = m_1 g + m_1 a$ que quando substituída na segunda equação produz

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}.$$

Portanto, substituindo na equação para a_{CM} , encontramos que

$$a_{CM} = \frac{g(m_2 - m_1)^2}{(m_1 + m_2)^2}$$

$$= \frac{(9.8)(520 - 480)^2}{(480 + 520)^2} = 0.016 \text{ m/s}^2.$$

A aceleração é para baixo.

E 9-22 (9-19/6^a)

Um cachorro de 5 kg está em um bote de 20 kg que se encontra a 6 m da margem (que fica à esquerda na Fig. 9-34a). Ele anda 2.4 m no barco, em direção à margem, e depois pára. O atrito entre o bote e a água é desprezível. A que distância da margem está o cachorro depois da caminhada? (Sugestão: Veja a Fig. 9-34b. O cachorro se move para a esquerda; o bote se desloca para a direita; e o centro de massa do sistema *cachorro+barco*? Será que ele se move?)

► Escolha o eixo x como sendo horizontal, com a origem na margem, e apontando para a direita na Fig. 9-34a. Seja m_b a massa do bote e x_{bi} sua coordenada inicial. Seja m_c a massa do cachorro e x_{ci} sua coordenada inicial. A coordenada do centro de massa é então

$$x_{CM} = \frac{m_b x_{bi} + m_c x_{ci}}{m_b + m_c}.$$

Agora o cachorro caminha uma distância d para a esquerda do bote. Como a diferença entre a coordenada final do bote x_{bf} e a coordenada final do cachorro x_{cf} é d , ou seja $x_{bf} - x_{cf} = d$, a coordenada do centro de massa pode também ser escrita como

$$\begin{aligned} x_{CM} &= \frac{m_b x_{bf} + m_c x_{cf}}{m_b + m_c} \\ &= \frac{m_b x_{cf} + m_b d + m_c x_{cf}}{m_b + m_c}. \end{aligned}$$

Como nenhuma força horizontal externa atua no sistema bote-cachorro, a velocidade do centro de massa não pode mudar. Como o bote e o cachorro estavam inicialmente em repouso, a velocidade do centro de massa é zero. O centro de massa permanece na mesma posição e, portanto, as duas expressões acima para x_{CM} devem ser iguais. Isto significa que

$$m_b x_{bi} + m_c x_{ci} = m_b x_{cf} + m_b d + m_c x_{cf}.$$

Isolando-se x_{cf} obtemos

$$\begin{aligned} x_{cf} &= \frac{m_b x_{bi} + m_c x_{ci} - m_b d}{m_b + m_c} \\ &= \frac{(20)(6) + (5)(6) - (20)(2.4)}{20 + 5} = 4.08 \text{ m}. \end{aligned}$$

Observe que usamos $x_{bi} = x_{ci}$. É estritamente necessário fazer-se isto? Se não for, qual a vantagem de se fazê-lo?...

Além de uma escolha conveniente dos pontos de referência, perceba que um passo crucial neste exercício foi estabelecer o fato que $x_{bf} - x_{cf} = d$.

9.2.2 O Momento Linear

E 9-23 (9-??/6^a)

Qual o momento linear de um automóvel que pesa 16.000 N e está viajando a 88 km/h?

► A “moral” deste problema é cuidar com as unidades empregadas:

$$p = mv = \frac{16000}{9.8} \frac{88 \times 10^3}{3600} = 36281 \text{ kg m/s},$$

na direção do movimento.

E 9-24 (9-21/6^a)

Suponha que sua massa é de 80 kg. Com que velocidade teria que correr para ter o mesmo momento linear que um automóvel de 1600 kg viajando a 1.2 km/h?

► Chamando de m_c e v_c a massa e a velocidade do carro, e de m e v a “sua” massa e velocidade temos, graças à conservação do momento linear,

$$v = \frac{m_c v_c}{m} = \frac{(1600)(1.2 \times 10^3)}{(80)(3600)} = 6.67 \text{ m/s}.$$

Poderíamos também deixar a resposta em km/h:

$$v = \frac{m_c v_c}{m} = \frac{(1600)(1.2)}{80} = 24 \text{ km/h}.$$

Perceba a importância de fornecer as unidades ao dar sua resposta. Este último valor *não* está no SI, claro.

E 9-25 (9-20/6^a)

Com que velocidade deve viajar um Volkswagen de 816 kg (a) para ter o mesmo momento linear que um Cadillac de 2650 kg viajando a 16 km/h e (b) para ter a mesma energia cinética?

► (a) O momento será o mesmo se $m_V v_V = m_C v_C$, donde tiramos que

$$v_V = \frac{m_C}{m_V} v_C = \frac{2650}{816} (16) = 51.96 \text{ km/h}.$$

(b) Desconsiderando o fator 1/2, igualdade de energia cinética implica termos $m_V v_V^2 = m_C v_C^2$, ou seja,

$$v_V = \sqrt{\frac{m_C}{m_V}} v_C = \sqrt{\frac{2650}{816}} (16) = 28.83 \text{ km/h}.$$

E 9-26 (9-??/6^a)

Qual o momento linear de um elétron viajando a uma velocidade de $0.99c$ ($= 2.97 \times 10^8$ m/s)?

► Como a velocidade do elétron não é de modo algum pequena comparada com a velocidade c da luz, faz-se necessário aqui usar a equação relativística para o momento linear, conforme dada pela Eq. 9-24:

$$\begin{aligned} p &= \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ &= \frac{(9.11 \times 10^{-31})(2.97 \times 10^8)}{\sqrt{1 - (0.99)^2}} \\ &= 1.917 \times 10^{-21} \text{ kg}\cdot\text{m/s}. \end{aligned}$$

Sem o fator relativístico teríamos achado

$$\begin{aligned} p' &= (9.11 \times 10^{-31})(2.97 \times 10^8) \\ &= 2.705 \times 10^{-22} \text{ kg}\cdot\text{m/s}, \end{aligned}$$

ou seja, um valor 7 ($= 1/\sqrt{1 - (0.99)^2}$) vezes menor:

$$p = 7 p'.$$

9.2.3 Conservação do Momento Linear**E 9-33 (9-27/6^a)**

Um homem de 100 kg, de pé em uma superfície de atrito desprezível, dá um chute em uma pedra de 0.70 kg, fazendo com que ela adquira uma velocidade de 3.90 m/s. Qual a velocidade do homem depois do chute?

► Como nenhuma força com componente horizontal atua no sistema homem-pedra, o momento total é conservado. Como tanto o homem como a pedra estão em repouso no início, o momento total é zero antes bem como depois do chute, ou seja

$$m_p v_p + m_h v_h = 0,$$

onde o subíndice p refere-se à pedra e o subíndice h refere-se ao homem. Desta expressão vemos que

$$v_h = -\frac{m_p v_p}{m_h} = -\frac{(0.70)(3.90)}{100}$$

$$= -0.027 \text{ m/s},$$

onde o sinal negativo indica que o homem move-se no sentido oposto ao da pedra. Note que o sentido da pedra foi implicitamente tomado como positivo. Note ainda que a razão das massas coincide com a razão dos pesos.

E 9-36 (9-29/6^a)

Um homem de 75 kg está viajando em uma carroça a 2.3 m/s. Ele salta para fora da carroça de modo a ficar com velocidade horizontal zero. Qual a variação resultante na velocidade da carroça?

► O momento linear total do sistema home-carroça é conservado pois não atuam forças externas com componentes horizontais no sistema. Chamemos de m_c a massa da carroça, v a sua velocidade inicial, e v_c sua velocidade final (após o homem haver pulado fora). Seja m_h a massa do homem. Sua velocidade inicial é a mesma da carroça e sua velocidade final é zero. Portanto a conservação do momento nos fornece

$$(m_h + m_c)v = m_c v_c,$$

de onde tiramos a velocidade final da carroça:

$$\begin{aligned} v_c &= \frac{v(m_h + m_c)}{m_c} \\ &= \frac{(2.3)(75 + 39)}{39} = 6.7 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

A velocidade da carroça aumenta por $6.7 - 2.3 = 4.4$ m/s. De modo a reduzir sua velocidade o homem faz com que a carroça puxe-o para trás, de modo que a carroça seja impulsionada para a frente.

E 9-38 (9-33/6^a)

O último estágio de um foguete está viajando com uma velocidade de 7600 m/s. Este último estágio é feito de duas partes presas por uma trava: um tanque de combustível com uma massa de 290 kg e uma cápsula de instrumentos com uma massa de 150 kg. Quando a trava é acionada, uma mola comprimida faz com que as duas partes se separem com uma velocidade relativa de 910 m/s. **(a)** Qual a velocidade das duas partes depois que elas se separam? Suponha que todas as velocidades têm a mesma direção. **(b)** Calcule a energia cinética total das duas partes antes e depois de se separarem e explique a diferença (se houver).

► **(a)** Suponha que nenhuma força externa atue no sistema composto pelas duas partes no último estágio. O momento total do sistema é conservado. Seja m_t

a massa do tanque e m_c a massa da cápsula. Inicialmente ambas estão viajando com a mesma velocidade v . Após a trava ser acionada, m_t tem uma velocidade v_t enquanto que m_c tem uma velocidade v_c . Conservação do momento fornece-nos

$$(m_t + m_c)v = m_tv_t + m_cv_c.$$

Após a trava ser solta, a cápsula (que tem menos massa) viaja com maior velocidade e podemos escrever

$$v_c = v_t + v_{rel},$$

onde v_{rel} é a velocidade relativa. Substituindo esta expressão na equação da conservação do momento obtemos

$$(m_t + m_c)v = m_tv_t + m_cv_c + m_cv_{rel},$$

de modo que

$$\begin{aligned} v_c &= \frac{(m_t + m_c)v - m_cv_{rel}}{m_t + m_c} \\ &= v - \frac{m_t}{m_t + m_c} v_{rel} \\ &= 7600 - \frac{150}{290 + 150}(910) = 7290 \text{ m/s.} \end{aligned}$$

A velocidade final da cápsula é

$$v_c = v_t + v_{rel} = 7290 + 910 = 8200 \text{ m/s.}$$

(b) A energia cinética total antes da soltura da trava é

$$\begin{aligned} K_i &= \frac{1}{2}(m_t + m_c)v^2 \\ &= \frac{1}{2}(290 + 150)(7600)^2 = 1.271 \times 10^{10} \text{ J.} \end{aligned}$$

A energia cinética total após a soltura da trava é

$$\begin{aligned} K_f &= \frac{1}{2}m_tv_t^2 + \frac{1}{2}m_cv_c^2 \\ &= \frac{1}{2}(290)(7290)^2 + \frac{1}{2}(150)(8200)^2 \\ &= 1.275 \times 10^{10} \text{ J.} \end{aligned}$$

A energia cinética total aumentou levemente. Isto deve-se à conversão da energia potencial elástica armazenada na trava (mola comprimida) em energia cinética das partes do foguete.

E 9-39 (9-39/6^a)

Uma caldeira explode, partindo-se em três pedaços. Dois pedaços, de massas iguais, são arremessados em trajetórias perpendiculares entre si, com a mesma velocidade de 30 m/s. O terceiro pedaço tem uma massa três vezes a de um dos outros pedaços. Qual o módulo, direção e sentido de sua velocidade logo após a explosão?

► Suponha que não haja força externa atuando, de modo que o momento linear do sistema de três peças seja conservado. Como o momentum antes da explosão era zero, ele também o é após a explosão. Isto significa que o vetor velocidade dos três pedaços estão todos num mesmo plano.

Escolha um sistema de coordenadas XY, com o eixo vertical sendo o eixo y , positivo para cima. A partir da origem deste diagrama, desenhe na direção *negativa* do eixo X o vetor $3m\mathbf{V}$, correspondente ao momento da partícula mais pesada. Os dois outros momentos são representados por vetores $m\mathbf{v}$ apontando num ângulo θ_1 no primeiro quadrante e θ_2 no quarto quadrante, de modo que $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ (condição do problema).

Como a componente vertical do momento deve conservar-se, temos com as convenções acima, que

$$mv \sin\theta_1 - mv \sin\theta_2 = 0,$$

onde v é a velocidade dos pedaços menores. Portanto devemos necessariamente ter que $\theta_1 = \theta_2$ e, como $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$, temos que $\theta_1 = \theta_2 = 45^\circ$.

Conservação da componente x do momento produz

$$3mV = 2mv \cos\theta_1.$$

Consequentemente, a velocidade V do pedaço maior é

$$V = \frac{2}{3}v \cos\theta_1 = \frac{2}{3}(30) \cos 45^\circ = 14 \text{ m/s,}$$

no sentido negativo do eixo x . O ângulo entre o vetor velocidade do pedaço maior e qualquer um dos pedaços menores é

$$180^\circ - 45^\circ = 135^\circ.$$

9.2.4 Sistemas de Massa Variável: Um Foguete

E 9-48 (9-41/6^a)

Uma sonda espacial de 6090 kg, viajando para Júpiter com uma velocidade de 105 m/s em relação ao Sol, aciona o motor, ejetando 80 kg de gases com uma velocidade de 253 m/s em relação à sonda. Supondo que os gases são ejetados no sentido oposto ao do movimento inicial da sonda, qual a sua velocidade final?

► Ignore a força gravitacional de Júpiter e use a Eq. (9-47) do livro texto. Se v_i é a velocidade inicial, M_i é a massa inicial, v_f é velocidade final, M_f é a massa final, e u é a velocidade do gás de exaustão, então

$$v_f = v_i + u \ln \frac{M_i}{M_f}.$$

Neste problema temos $M_i = 6090$ kg e $M_f = 6090 - 80 = 6010$ kg. Portanto

$$v_f = 105 + 253 \ln \left(\frac{6090}{6010} \right) = 108 \text{ m/s.}$$

E 9-49 (9-43/6^a)

Um foguete em repouso no espaço, em uma região em que a força gravitacional é desprezível, tem uma massa de 2.55×10^5 kg, da qual 1.81×10^5 kg são combustível. O consumo de combustível do motor é de 480 kg/s e a velocidade de escapamento dos gases é de 3.27 km/s. O motor é acionado durante 250 s. (a) Determine o empuxo do foguete. (b) Qual é a massa do foguete depois que o motor é desligado? (c) Qual é a velocidade final do foguete?

► (a) Como se ve no texto logo abaixo da Eq. 9-46, o empuxo do foguete é dado por $E = Ru$, onde R é a taxa de consumo de combustível e u é a velocidade do gás exaustado. No presente problema temos $R = 480$ kg e $u = 3.27 \times 10^3$ m/s, de modo que

$$E = Ru = (480)(3.27 \times 10^3) = 1.57 \times 10^6 \text{ N.}$$

(b) A massa do combustível ejetado é dada por $M_{comb} = R\Delta t$, onde Δt é o intervalo de tempo da queima de combustível. Portanto

$$M_{comb} = (480)(250) = 1.20 \times 10^5 \text{ kg.}$$

A massa do foguete após a queima é

$$\begin{aligned} M_f &= M_i - M_{comb} = (2.55 - 1.20) \times 10^5 \\ &= 1.35 \times 10^5 \text{ kg.} \end{aligned}$$

(c) Como a velocidade inicial é zero, a velocidade final é dada por

$$\begin{aligned} v_f &= u \ln \frac{M_i}{M_f} \\ &= (3.27 \times 10^3) \ln \left(\frac{2.55 \times 10^5}{1.35 \times 10^5} \right) \\ &= 2.08 \times 10^3 \text{ m/s.} \end{aligned}$$

E 9-56 (9-47/6^a)

Dois longas barcaças estão viajando na mesma direção e no mesmo sentido em águas tranquilas; uma com uma velocidade de 10 km/h, a outro com velocidade de 20 km/h. Quando estão passando uma pela outra, operários jogam carvão da mais lenta para a mais rápida, à razão de 1000 kg por minuto; veja a Fig. 9-38. Qual a força adicional que deve ser fornecida pelos motores das duas barcaças para que continuem a viajar com as mesmas velocidades? Suponha que a transferência de carvão se dá perpendicularmente à direção de movimento da barcaça mais lenta e que a força de atrito entre as embarcações e a água não depende do seu peso.

►

9.2.5 Sistemas de Partículas: Variações na Energia Cinética

E 9-60 (9-55/6^a)

Uma mulher de 55 kg se agacha e depois salta para cima na vertical. Na posição agachada, seu centro de massa está 40 cm acima do piso; quando seus pés deixam o chão, o centro de massa está 90 cm acima do piso; no ponto mais alto do salto, está 120 cm acima do piso. (a) Qual a força média exercida sobre a mulher pelo piso, enquanto há contato entre ambos? (b) Qual a velocidade máxima atingida pela mulher?

►