Exercícios Resolvidos de Física Básica

Jason Alfredo Carlson Gallas, professor titular de física teórica,
Doutor em Física pela Universidade Ludwig Maximilian de Munique, Alemanha
Universidade Federal da Paraíba (João Pessoa, Brasil)
Departamento de Física

Baseados na **SEXTA** edição do "Fundamentos de Física", Halliday, Resnick e Walker.

Esta e outras listas encontram-se em: *http://www.fisica.ufpb.br/∼jgallas*

Contents

Comentários/Sugestões e Erros: favor enviar para `jasongallas @ yahoo.com` (sem "br" no final...)
(`listaq3.tex`)

34 Propriedades Magnéticas da Matéria

34.1 Questões

Q 34-1. Duas barras de ferro têm aparências exatamente iguais. Uma delas está imantada e a outra não. Como identificá-las? Não é permitido suspender nenhuma delas como se fosse agulha de bússola, nem usar qualquer outro aparelho.

► Segure com a mão esquerda uma das barras numa direção horizontal (por exemplo, apoiando-a sobre uma mesa). Com a outra mão, segure a outra barra numa posição ortogonal à primeira. Coloque uma das extremidades da segunda barra encostada sobre a barra fixa na direção horizontal. A seguir, percorra com a extermidade da segunda barra a periferia da primeira barra desde a extremidade até o meio desta primeira barra. Duas coisas podem ocorrer: *(a)* Se a barra fixa na mão esquerda for o imã, você sentirá uma atração forte na extremidade; porém, esta atração irá diminuir à medida que a barra da mão direita se aproximar do centro da barra da mão esquerda (que supostamente é o imã). Portanto você poderia identificar as duas barras neste caso. *(b)* Se a barra fixa na mão esquerda não for o imã, você sentirá sempre a mesma atração, pois, neste caso, a barra da mão direita será o imã e, como você sabe, a extremidade de um imã atrai sempre com a mesma intensidade a barra de ferro (em qualquer posição).

34.2 Problemas e Exercícios

34.2.1 O Magnetismo e o Elétron – (1/5)

P 34-3. Uma barra imantada está suspensa por um fio como mostra a Fig. 34-19. Um campo magnético uniforme $\mathbf{B}$ apontando horizontalmente para a direita é, então, estabelecido. Desenhe a orientação resultante do fio e do ímã.

► O conjunto ímã+fio irá deslocar-se para a direita, permanecendo inclinado num certo ângulo θ.

Para entender por que isto ocorre, basta calcular o torque $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ que atuará no ímã devido ao seu momento de dipolo magnético $\vec{\mu}$.
Como se pode perceber da Fig. 34-3 (pág. 259), o momento magnético do ímã é dado por um vetor centrado no centro de massa do ímã, apontando de Sul para Norte (isto é, para baixo, antes do campo ser ligado). O produto vetorial nos diz que o torque magnético é um vetor que aponta para fora do plano da páginan do livro e, portanto, que o ímã desloca-se um certo ângulo θ para a direita.

P 34-5. Uma carga q está uniformemente distribuída em torno de um fino anel de raio r. O anel gira com velocidade angular ω em torno de um eixo central ortogonal ao seu plano. *(a)* Mostre que o momento magnético devido à carga em rotação é dado por:

$$\mu = \frac{1}{2} q\omega r^2.$$

(b) Quais são a direção e o sentido deste momento magnético, se a carga é positiva.

► *(a)* No instante $t = 2\pi/\omega$ s corrente que passa no anel é:

$$i = \frac{q}{t} = \frac{q}{2\pi/\omega} = \frac{\omega q}{2\pi}.$$

Donde se conclui que o módulo do momento magnético é dado por

$$\mu = NiA = (1)\Big(\frac{\omega q}{2\pi}\Big)(\pi r^2) = \frac{1}{2}\omega q r^2.$$

(b) Pela regra da mão direita, o vetor momento magnético $\vec{\mu}$ é paralelo ao vetor velocidade angular $\vec{\omega}$.

34.2.2 A Lei de Gauss do Magnetismo – (6/9)

P 34-7. O fluxo magnético através de cinco faces de um dado vale $\Phi_B = \pm N$ Wb, onde N (= 1 a 5) é a quantidade dos pontos escuros [que representam os números] sobre cada face. O fluxo é positivo (para fora) para N par e negativo (para dentro) para N ímpar. Qual é o fluxo através da sexta face do dado?

► Como não se conhece monopólos magnéticos, a soma algébrica do fluxo sobre todo o dado dever ser ZERO. Portanto o fluxo Φ_6 pedido é

$$\begin{aligned}\Phi_6 &= -(\Phi_1+\Phi_2+\Phi_3+\Phi_4+\Phi_5)\\ &= -(-1+2-3+4-5)\\ &= +3 \text{ Wb}.\end{aligned}$$

P 34-8. Uma superfície Gaussiana tem a forma de um cilindro circular reto, de raio igual a 12 cm e comprimento de 80 cm. Através de uma de suas extremidades, penetra um fluxo magnético de 25 μWb. Na outra extremidade existe um campo magnético uniforme de 1.6 mT, normal à superfície e orientado para fora dela. Qual é o fluxo magnético líquido através da superfície lateral do cilindro?

► Usando a lei de Gauss do magnetismo, $\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A}=0$, podemos escrever $\oint \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A}=\Phi_1+\Phi_2+\Phi_C$, onde Φ_1 é o fluxo magnético através da primeira extremidade mencionada, Φ_2 é o fluxo magnético através da segunda extremidade mencionada, e Φ_C é o fluxo magnético através da superfície lateral (curva) do cilindro. Sobre a primeira extremidade existe um fluxo direcionado para dentro, de modo que $\Phi_1=-25$ μWb. Sobre a segunda extremidade o campo magnético é uniforme, normal à superfície e direcionado para fora, de modo que o fluxo é $\Phi_2=B\,A=B\,(\pi r^2)$, onde A é a área da extremidade e r é o raio do cilindro. Portanto,

$$\Phi_2=(1.6\times10^{-3})\pi(0.12)^2=+7.24\times10^{-5} \text{ Wb}.$$

Como a soma dos três fluxos deve ser zero, temos

$$\Phi_C=-\Phi_1-\Phi_2=25\mu-72.4\mu=-47.4\ \mu\text{Wb}.$$

O sinal negativo indica que o fluxo está direcionado para *dentro* da superfície lateral.

Observe que o comprimento de 80 cm é uma informação totalmente supérflua para o cálculo pedido no problema.

34.2.3 O Magnetismo da Terra – (10/17)

E 34-10. Em New Hampshire, a componente horizontal média do campo magnético da Terra, em 1912, era de 16 μT e a inclinação média era de 73^0. Qual era o correspondente módulo do campo magnético da Terra?

► Para situar-se, reveja o Exemplo 3 bem como a Fig. 34-10.
O módulo B do campo magnético da Terra e a sua componente horizontal B_h estão relacionados por

$$B_h=B\cos\phi_i$$

onde ϕ é a inclinação (veja Fig. 34-10). Portanto,

$$B=\frac{B_h}{\cos\phi_i}=54.7\ \mu\text{T}.$$

P 34-13. O campo magnético da Terra pode ser aproximado como o campo de um dipolo magnético, com componentes horizontal e vertical, num ponto distante r do centro da Terra, dadas por,

$$B_h=\frac{\mu_0\mu}{4\pi r^3}\cos\lambda_m,\quad B_v=\frac{\mu_0\mu}{2\pi r^3}\,\text{sen}\lambda_m,$$

onde λ_m é a *latitude magnética* (latitude medida a partir do equador magnético na direção do pólo norte magnético ou do pólo sul magnético). Suponha que o momento de dipolo magnético seja $\mu=8\times10^{22}$ A·m^2. **(a)** Mostre que, na latitude λ_m, o módulo do campo magnético é dado por

$$B=\frac{\mu_0\mu}{4\pi r^3}\sqrt{1+3\,\text{sen}^2\,\lambda_m}.$$

(b) Mostre que a inclinação ϕ_i do campo magnético está relacionada com a latitude magnética λ_m por

$$\tan\phi_i=2\tan\lambda_m.$$

► **(a)** O módulo do campo magnético é dado por

$$\begin{aligned}B &= \sqrt{B_h^2+B_v^2}\\ &= \sqrt{\Big(\frac{\mu_0\mu}{4\pi r^3}\cos\lambda_m\Big)^2+\Big(\frac{\mu_0\mu}{2\pi r^3}\,\text{sen}\,\lambda_m\Big)^2}\\ &= \frac{\mu_o\mu}{4\pi r^3}\sqrt{\cos^2\lambda_m+4\,\text{sen}^2\,\lambda_m}\\ &= \frac{\mu_o\mu}{4\pi r^3}\sqrt{1+3\,\text{sen}^{\,2}\lambda_m},\end{aligned}$$

onde usamos o fato que $\cos^2\lambda_m\equiv1-\,\text{sen}^2\,\lambda_m$.
(b)

$$\tan\phi_i=\frac{B_v}{B_h}=\frac{[\mu_0\mu/(2\pi r^3)]\,\text{sen}\,\lambda_m}{[\mu_0\mu/(4\pi r^3)]\cos\lambda_m}=2\tan\lambda_m.$$

P 34-14. Use os resultados do Problema 13 para calcular o campo magnético da Terra (módulo e inclinação): **(a)** no equador magnético; **(b)** num ponto de latitude magnética igual a 60^o; **(c)** no pólo norte magnético.

► Como sugerido no exercício anterior, suponha que o momento de dipolo magnético da Terra seja $\mu = 8 \times 10^{22}$ A·m^2.
(a) No equador magnético temos $\lambda_m = 0^o$, portanto

$$\begin{aligned} B_{\text{eq}} \equiv \frac{\mu_0 \mu}{4\pi r^3} &= \frac{(4\pi \times 10^{-7})(8.0 \times 10^{22})}{4\pi\ (6.37 \times 10^6)^3} \\ &= 3.10 \times 10^{-5} \text{ T}. \end{aligned}$$

A inclinação ϕ_i é dada por

$$\phi_i = \tan^{-1}(2 \tan \lambda_m) = \tan^{-1} 0^o = 0^o.$$

Observe que o coeficiente que aparece na frente da raiz quadrada é na verdade B_{eq}. Portanto, uma vez determinado, tal valor pode ser 'reciclado' em todos cálculos posteriores.
(b) Para $\lambda_m = 60^o$ temos

$$\begin{aligned} B &= B_{\text{eq}}\ \sqrt{1 + 3\ \text{sen}^2 \lambda_m} \\ &= (3.10 \times 10^{-5})\sqrt{1 + 3\ \text{sen}^2 60^o} \\ &= 5.6 \times 10^{-5} \text{ T}. \end{aligned}$$

A inclinação ϕ_i é dada por

$$\phi_i = \tan^{-1}(2 \tan 60^o) = 74^o.$$

(c) No pólo norte magnético temos $\lambda_m = 90^o$:

$$\begin{aligned} B &= (3.10 \times 10^{-5})\sqrt{1 + 3(1.0)^2} \\ &= 6.20 \times 10^{-5} \text{ T}. \end{aligned}$$

A inclinação ϕ_i é dada por

$$\phi_i = \tan^{-1}(2 \tan 90^o) = 90^o.$$

P 34-15. Calcule a altura acima da superfície da Terra onde o módulo do campo magnético da Terra cai à metade do valor na superfície, na mesma latitude magnética. (Use a aproximação do campo do dipolo fornecida no Problema 13.)

► Do Problema 13 temos que

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi r^3}\sqrt{\Lambda},$$

onde, para abreviar, definimos $\Lambda \equiv 1 + 3\ \text{sen}^2\ \lambda_m$.
Na superfície da Terra $r = R$, onde R é o raio da Terra. A uma altura h, faremos $r = R + h$; assim,

$$\frac{\mu\mu_0}{4\pi(R+h)^3}\sqrt{\Lambda} = \frac{1}{2}\frac{\mu\mu_0}{4\pi R^3}\sqrt{\Lambda}.$$

Donde se conclui que

$$R + h = 2^{1/3} R = 1600\,\text{km}.$$

P 34-16. Usando a aproximação do campo do dipolo para o campo magnético da Terra dada no Problema 13, calcule a intensidade máxima do campo magnético na fronteira do revestimento do núcleo, que se encontra a 2900 km abaixo da superfície da Terra.

► Usando a expressão obtida na parte (a) do problema 13, observando que o máximo de B ocorre quando sen$\lambda_m = 1$, e que $r = 6370$ km $-$ 2900 km $=$ 3470 km, temos

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_o \mu}{4\pi r^3}\sqrt{1 + 3\ \text{sen}^{\ 2}\lambda_m} \\ &= \frac{(4\pi \times 10^{-7})(8 \times 10^{22})}{4\pi(3.47 \times 10^6)^3}\sqrt{1+3} \\ &= 3.83 \times 10^{-4} \text{ T}. \end{aligned}$$

P 34-17. Use os resultados do Problema 13 para calcular o módulo e o ângulo de inclinação do campo magnético da Terra no pólo norte geográfico. (Sugestão: o ângulo entre o eixo magnético e o eixo de rotação da Terra é igual a 11.5^o.) Porque os valores calculados não concordam com os valores medidos?

► Para entender o problema, comece por entender o que a Fig. 34-7 mostra.
É dado que o ângulo entre o eixo magnético e o eixo de rotação da Terra é 11.5^o, de modo que $\lambda_m = 90^o - 11.5^o = 78.5^o$ no pólo norte geográfico da Terra. Portanto, com $r = R_T = 6370$ km obtemos o campo

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_o \mu}{4\pi R_T^3}\sqrt{1 + 3\ \text{sen}^{\ 2}\lambda_m} \\ &= \frac{(4\pi \times 10^{-7})(8 \times 10^{22})}{4\pi(6.37 \times 10^6)^3}\sqrt{1 + 3\ \text{sen}^2 78.5^o} \\ &= 6.11 \times 10^{-5} \text{ T}, \end{aligned}$$

e uma inlicnação ϕ_i igual a

$$\phi_i = \tan^{-1}(2\ \tan\ 78.5^o) = 84.2^o.$$

Uma explicação plausível para a discrepância entre os valores calculado e medido do campo magnético terrestre é que as fórmulas obtidas no Problema 34-13 estão baseadas na aproximação dipolar, que não representa adequadamente a distribuição real do campo terrestre perto da superfície. (A aproximação melhora significativamente quando calculamos o campo magnético terrestre longe do seu centro.)

34.2.4 Paramagnetismo – (18/25)

E 34-18. Um campo magnético de 0.5 T é aplicado a um gás paramagnético cujos átomos têm um momento de dipolo magnético intrínseco de 1×10^{-23} J/T. A que temperatura a energia cinética média de translação dos átomos do gás será igual à energia necessária para inverter completamente este dipolo neste campo magnético?

► A equação a ser satisfeita é a seguinte:

$$E = \frac{3}{2}kT = |\vec{\mu}\cdot\vec{B} - (-\vec{\mu}\cdot\vec{B})| = 2\mu B,$$

onde $k = 1.38\times10^{-23}$ J/K é a constante de Boltzmann. Desta expressão obtemos a temperatura

$$\begin{aligned} T = \frac{4\mu B}{3k} &= \frac{4(1\times10^{-23})(0.50)}{3(1.38\times10^{-23})} \\ &= 0.48^o \text{ K}. \end{aligned}$$

Perceba que como esta temperatura é muitissimo baixa (da ordem de $-272,5$ ^{o}C) vemos que é muito fácil para a agitação térmica usual inverter os momentos de dipolo.

E 34-19. Uma barra magnética cilíndrica tem comprimento de 5.0 cm e um diâmetro de 1.0 cm. Ela possui uma magnetização uniforma de 5.3×10^3 A/m. Qual é o seu momento de dipolo magnético?

► A relação entre a magnetização M e o momento magnético μ é:

$$M = \frac{\mu}{V}$$

onde V é o volume da barra. Portanto,

$$\mu = MV = M(\pi r^2 h) = 20.8 \text{ mJ/T}.$$

P 34-21. O sal paramagnético a que a curva de magnetização da Fig. 34-11 se aplica deve ser testado para verificar se obedece à lei de Curie. A amostra é colocada num campo magnético de 0.5 T que permanece constante durante toda a experiência. A seguir, a magnetização M é medida na faixa de temperatura de 10 até 300 K. A lei de Curie será obedecida nestas condições?

► Para as medidas sendo feitas a maior razão entre o campo magnético e a temperatura é $(0.5\text{ T})/(10\text{ K}) = 0.05$ T/K. Verifique na Fig. 34-11 se este valor está na região onde a magnetização é uma função linear da razão B/T. Como se vê, o valor está bem perto da origem e, portanto, concluimos que a magnetização *obedece* a lei de Curie.

P 34-24. Um elétron com energia cinética K_e desloca-se numa trajetória circular que é ortogonal a um campo magnético uniforme, submetido somente a ação do campo. **(a)** Mostre que o momento de dipolo magnético devido ao seu movimento orbital tem módulo $\mu = K_e/B$ e sentido contrário ao de $\mathbf{B}$. **(b)** Calcule o módulo, a direção e o sentido do momento de dipolo magnético de um íon positivo que tem energia cinética K_i nas mesmas circunstâncias. **(c)** Um gás ionizado tem 5.3×10^{21} elétrons/m^3 e o mesmo número de íons/m^3. Considere a energia cinética média dos elétrons igual a 6.2×10^{-20} J e a energia cinética média dos íons igual a 7.6×10^{-21} J. Calcule a magnetização do gás para um campo magnético de 1.2 T.

► **(a)** Usando a Eq. 34-9 e a Eq. 30-17 (Cap. 30, pag. 165), obtemos:

$$\mu = \big(\frac{1}{2}ev\big)\underbrace{\Big(\frac{mv}{eB}\Big)}_{\text{raio}} = \Big(\frac{1}{2}mv^2\Big)\frac{1}{B} = \frac{K_e}{B}.$$

Um elétron circula no sentido horário em um campo magnético direcionado para dentro do papel, por exemplo. O vetor velocidade angular resultante $\vec{\omega}$ é também direcionado para dentro do papel. Mas a carga do elétron é negativa; assim, $\vec{\mu}$ é antiparalelo a $\vec{\omega}$ e, portanto, antiparalelo a $\mathbf{B}$.

(b) O valor da carga cancela-se no cálculo de μ no item (a). Assim, para um íon positivo, vale a mesma relação:

$$\mu = \frac{K_i}{B}.$$

Um íon positivo circula no sentido anti-horário num campo magnético direcionado para dentro do papel. Portanto, $\vec{\omega}$ tem sentido para fora do papel. Como o íon tem carga positiva, $\vec{\mu}$ é paralelo a $\vec{\omega}$ e, portanto antiparalelo a $\mathbf{B}$, como o elétron.

(c) Os dipolos magnéticos devidos aos elétrons e, aos íons possuem o mesmo sentido. Portanto,

$$\mu = N_e\mu_e + N_i\mu_i = \frac{1}{B}\big(N_eK_e + N_iK_i\big)$$

onde N_e e N_i são, respectivamente, o número de elétrons e o número total de íons. Como $N_e = N_i = N$, obtemos para a magnetização:

$$M = \frac{\mu}{V} = \frac{1}{B}\Big(\frac{N}{V}\Big)(K_e + K_i) = 307\,\text{A/m}.$$

34.2.5 Diamagnetismo – (26/27)

P 34-26.

Uma substância diamagnética é fracamente repelida por um pólo de um ímã. A Fig. 34-22 apresenta um modelo para o estudo deste fenômeno. A "substância diamagnética" é uma espira de corrente L, que está colocada no eixo de um ímã e nas proximidades do seu pólo norte. *Como* a substância é diamagnética, o momento magnético $\vec{\mu}$ da espira se alinhará antiparalelamente ao campo $\mathbf{B}$ do ímã. (a) Faça um esboço das linhas de $\mathbf{B}$ em virtude do ímã. (b) Mostre o sentido da corrente i na espira quando $\vec{\mu}$ estiver antiparelelo a $\mathbf{B}$. (c) Usando $d\mathbf{F} = i\; d\mathbf{s}\times\mathbf{B}$, mostre a partir de (a) e (b) que a força resultante sobre L aponta no sentido que se afasta do pólo norte do ímã.

►

P 34-27*.

Um elétron de massa m e carga de módulo e se move numa órbita circular de raio r ao redor de um núcleo. Um campo magnético $\mathbf{B}$ é, então, estabelecido perpendicularmente ao plano da órbita. Supondo que o raio da órbita não varie e que a variação da velocidade escalar do elétron em conseqüência do campo $\mathbf{B}$ seja pequena, determine uma expressão para a variação do momento magnético orbital do elétron.

► Um campo elétrico com linhas de campo circulares é induzido quando o campo magnético é ligado. Suponhamos que o campo magnético aumente linearmente de 0 até B num tempo t. De acordo com a Eq. 32-24 a magnitude do campo elétrico na órbita é dada por

$$E = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt} = \frac{r}{2}\frac{B}{t},$$

onde r é o raio da órbita. O campo elétrico induzido é tangente à órbita e muda a velocidade do elétron, sendo tal mudança dada por

$$\begin{aligned}\Delta v = \alpha t &= \frac{e}{m}\,E\,t \\ &= \frac{e}{m}\Big(\frac{r}{2}\,\frac{B}{t}\Big)\,t = \frac{erB}{2m}.\end{aligned}$$

A corrente média associada com cada volta do elétron circulando na órbita é

$$i = \frac{\Delta\text{carga}}{\Delta\text{tempo}} = \frac{e}{(2\pi r)/v} = \frac{ev}{2\pi r}$$

de modo que o momento de dipolo correspondente é

$$\mu = N\,i\,A = (1)\Big(\frac{ev}{2\pi r}\Big)(\pi r^2) = \frac{1}{2}\,e\,r\,v.$$

Portanto, variação do momento de dipolo é

$$\Delta\mu = \frac{1}{2}\,er\Delta v = \frac{1}{2}er\Big(\frac{erB}{2m}\Big) = \frac{e^2r^2B}{4m}.$$

34.2.6 Ferromagnetismo – (28/38)

E 34-28. Medições realizadas em minas e em furos de prospecção mostram que a temperatura na Terra aumenta com a profundidade na taxa média de 30^o C/km. Supondo que a temperatura na superfície seja de 10^o C, a que profundidade o ferro deixaria de ser ferromagnético? (A temperatura Curie do ferro varia muito pouco com a pressão.)

► A temperatura de Curie do ferro é 770^o C. Se chamarmos de x a profundidade na qual a temperatura atinge esta valor, então 10^o C + $(30^o$ C/km$)x = 770^o$ C, ou seja, isolando-se o valor de x,

$$x = \frac{770^o\text{ C} - 10^o\text{ C}}{30^o\text{ C/km}} = \frac{76}{3} = 25.33\text{ km}.$$

E 34-29. O acoplamento de troca mencionado na secção 34-8 como responsável pelo ferromagnetismo *não* é a interação magnética mútua entre dois dipolos magnéticos elementares. Para mostrar isto, calcule: **(a)** o campo magnético a uma distância de 10 nm ao longo do eixo do dipolo de um átomo com momento de dipolo magnético igual a 1.5×10^{-23} J/T (cobalto) e **(b)** a energia mínima necessária para inverter um segundo dipolo idêntico neste campo. Compare com o resultado do Exemplo 34-4. O que se pode concluir?

► **(a)** O campo de um dipolo ao longo do seu eixo é dado pela Eq. 31-25:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\mu}{z^3},$$

onde μ é o momento de dipolo e z é a distância a partir do meio do dipolo. Portanto

$$\begin{aligned} B &= \frac{(4\pi\times 10^{-7}\ \text{T·m/A})(1.5\times 10^{-23}\ \text{J/T})}{2\pi(10\times 10^{-9}\ \text{m})^3} \\ &= 3\times 10^{-6}\ \text{T}. \end{aligned}$$

(b) A energia de um dipolo magnético $\vec{\mu}$ num campo magnético $\vec{B}$ é $U = \vec{\mu}\cdot\vec{B} = \mu B\cos\phi$, onde ϕ é o ângulo entre o momento de dipolo e o campo. A energia necessária para inverte-lo (de $\phi = 0^o$ até $\phi = 180^o$) é

$$\begin{aligned} \Delta U &= 2\mu B \\ &= 2(1.5\times 10^{-23}\frac{\text{J}}{\text{T}})(3\times 10^{-6}\ \text{T}) \\ &= 9\times 10^{-29}\ \text{J} \\ &= 5.6\times 10^{-10}\ \text{eV}. \end{aligned}$$

A energia cinética média de translação a temperatura ambiente é da ordem de 0.04 eV (veja o Exemplo 34-4). Portanto se interações do tipo dipolo-dipolo fossem responsáveis pelo alinhamento dos dipolos, colisões iriam facilmente "randomizar" [*id est*, tornar aleatórias] as direções dos momentos e eles não permaneceriam alinhados.

E 34-30. A magnetização na saturação do níquel vale 4.7×10^5 A/m. Calcule o momento magnético de um único átomo de níquel. (A densidade do níquel é 8.90 g/cm^3 e sua massa molecular é 58.71 g/mol.)

► A magnetização de saturação corresponde ao completo alinhamento de todos os dipolos, dado por

$$M_{max} = \frac{\mu N}{V}.$$

Fazendo $V = 1$ m^3, a massa do níquel em 1 m^3 é $(8.90\,\text{g/cm}^3)\cdot(10^6\,\text{m3}) = 8.90\times 10^6$ g; portanto,

$$n = \frac{8.90\times 10^6}{58.71\,\text{g/mol}} = 1.5159\times 10^5\ \text{mol}.$$

Através da Eq. 2 do Cap. 21, temos:

$$N = nN_A = 9.126\times 10^{28}\ \text{átomos/m}^3.$$

Assim,

$$\mu = \frac{M_{max}V}{N} = 5.15\times 10^{-24}\ \text{A·m}^2.$$

P 34-32. O momento de dipolo magnético da Terra é 8×10^{22} J/T. **(a)** Se a origem deste magnetismo fosse uma esfera de ferro magnetizada, no centro da Terra, qual deveria ser o seu raio? **(b)** Que fração do volume da Terra esta esfera ocuparia? Suponha um alinhamento completo dos dipolos. A densidade do núcleo da Terra é 14 g/cm^3. O momento de dipolo magnético de um átomo de ferro é 2.1×10^{-23} J/T. (*Nota*: consideramos a região mais interna do núcleo da Terra formada de partes líquida e sólida e parcialmente de ferro, porém o hipótese de um ímã permanente como fonte do magnetismo da Terra foi completamente afastada por diversas razões. Uma delas é que a temperatura está certamente acima do ponto de Curie.)

► **(a)** Se a magnetização da esfera está saturada, o momento de dipolo total é $\mu_{\text{total}} = N\mu$, onde N é o número de átomos de ferro na esfera e μ é o momento de dipolo de um átomo de ferro. Desejamos determinar o raio de uma esfera de ferro contendo N átomos de ferro. A massa de tal esfera é Nm, onde m é a massa de um átomo de ferro. Ela também é dada por $4\pi\rho R^3/3$, onde ρ é a densidade do ferro e R é o raio da esfera. Portanto $Nm = 4\pi\rho R^3/3$ e

$$N = \frac{4\pi\rho R^3}{3m}.$$

Substitua isto na relação $\mu_{\text{total}} = N\,\mu$ para assim obter

$$\mu_{\text{total}} = \frac{4\pi\rho R^3\mu}{3m}, \quad \text{ou seja,} \quad R = \Big(\frac{3m\mu_{\text{total}}}{4\pi\rho\mu}\Big)^{1/3}.$$

A massa de um átomo de ferro é

$$\begin{aligned} m = 56u &= (56u)(1.66\times 10^{-27}\ \text{kg/u}) \\ &= 9.3\times 10^{-26}\ \text{kg}. \end{aligned}$$

Com isto, obtemos

$$\begin{aligned} R &= \Big(\frac{3(9.3\times 10^{-26})(8\times 10^{22})}{4\pi(14\times 10^3)(2.1\times 10^{-23})}\Big)^{1/3} \\ &= 1.8\times 10^5\ \text{m}. \end{aligned}$$

(b) O volume da esfera é

$$\begin{aligned} V_e &= \frac{4\pi}{3}R^3 \\ &= \frac{4\pi}{3}(1.82\times 10^5\ \text{m})^3 \\ &= 2.53\times 10^{16}\ \text{m}^3 \end{aligned}$$

e o volume da Terra é

$$V_T = \frac{4\pi}{3}(6.37\times 10^6\ \text{m})^3 = 1.08\times 10^{21}\ \text{m}^3,$$

de modo que a fração do volume da Terra que é ocupado pela esfera é

$$\frac{V_e}{V_T} = \frac{2.53\times 10^{16}\ \text{m}^3}{1.08\times 10^{21}\ \text{m}^3} = 2.3\times 10^{-5}.$$

► **(a)** Seja M a massa do núcleo e r o seu raio. A massa de um íon, m, e o número de íons no núcleo, N. Considerando que a esfera seja de ferro, temos $N = M/m$, mas $M = \rho V$; assim,

$$N = \frac{M}{m} = \frac{\rho V}{m}.$$

Como a massa atômica do ferro é 56, $m = 56u$. Portanto, se μ é o momento magnético de um íon de ferro, $N\mu$ será o momento magnético do núcleo, conseqüentemente

$$8\times 10^{22} = \frac{\rho(4\pi r^3/3)}{56u}\,(\mu).$$

Donde se conclui que $r = 182$ km.
(b) A fração será:

$$f = \left(\frac{r}{R}\right)^3 = 2.33\times 10^{-5}.$$

P 34-34.

Um anel de Rowland é formado de material ferromagnético. Sua seção transversal é circular, com um raio interno de 5 cm, um raio externo de 6 cm e seu enrolamento tem 400 espiras. (a) Que corrente deve ser estabelecida no enrolamento para que o campo magnético no interior do toróide atinja o valor $B_0 = 0.2$ mT? (b) Uma bobina secundária de 50 espiras e resistência de 8 Ω é enrolada em torno do toróide. Sabendo-se que, para este valor de B_0, temos $B_M = 800B_0$, determine a quantidade de carga que se move através da bobina secundária quando a corrente no enrolamento é ligada/

► *(a)* O campo de um toróide é $B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r}$, onde N é o número total de espiras. Esse é um campo não uniforme, mas podemos considerar o campo aproximadamente uniforme e igual ao valor do campo no meio do tubo do toróide. Portanto,

$$B_0 = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r}.$$

Donde se conclui que a corrente i vale 0.14 A.

(b) Com a presença do ferro no interior do toróide, o campo é $B_m + B_0 = 801B_0$. Seja A a área da seção transversal do toróide. Do Problema 17 do Cap. 32, a carga induzida em uma espira de N_c espiras e resistência R é:

$$\begin{aligned} q &= \frac{N_c[\Phi_B(\text{final}) - \Phi_B(\text{inicial})]}{R} \\ &= \frac{N_c(B_0 + B_m)A}{R_c} \\ &= 78.6\,\mu\text{C}. \end{aligned}$$

34.2.7 Problemas Extras

Coletamos aqui alguns problemas da3^a edição do livro que não aparecem mais na 4^a edição mas que podem ainda ser úteis.

P 34-??? Analise qualitativamente o aparecimento de momento de dipolos magnéticos induzidos num material diamagnético sob o ponto de vista da Lei de Faraday da indução. (*Sugestão*: Veja figura 10*b* do Cap. 32. Note também que, para elétrons em órbita, os efeitos indutivos (qualquer mudança na velocidade escalar) persistem após o campo magnético ter parado de variar; estes efeitos só terminam depois que o campo magnético é removido.)
Nota: este problema tem muito a ver com o problema 34-27.

► Um campo elétrico com linhas de campo circulares é induzido quando se liga um campo magnético. Suponha que o campo magnético cresça de 0 até B num tempo t. De acordo com a Eq. 32-24, a magnitude do campo elétrico na órbita é dada por

$$E = \frac{r}{2}\,\frac{dB}{dt} = \frac{r}{2}\frac{B}{t},$$

onde r é o raio da órbita. O campo elétrico é tangente à orbita e muda a velocidade do elétron, sendo tal mudança dada por

$$\Delta v = at = \frac{e}{m}\,E\,t = \frac{e}{m}\,\frac{rB}{2t}\,t = \frac{erB}{2m}.$$

A corrente média associada com o elétron que circula na órbita é $i = ev/2\pi r$ e o momento de dipolo é

$$\mu = Ai = (\pi r^2)\Big(\frac{ev}{2\pi r}\Big) = \frac{1}{2}\,evr.$$

Com isto tudo, a mudança no momento de dipolo é

$$\Delta\mu = \frac{1}{2}er\Delta v = \frac{1}{2}er\frac{erB}{2m} = \frac{e^2r^2B}{4m}.$$

► Usando a Eq. 21 do Cap. 32, obtemos:

$$E = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}.$$

AQUI FIGURA

Assim, os elétrons sofrem a ação de uma força elétrica representada na figura acima. Suponha que o campo magnético aumente de uma quantidade B num tempo T. Portanto, cada elétron tem uma mudança de velocidade dada por

$$\Delta v = aT = \left(\frac{F}{m}\right)T = \left(\frac{eE}{m}\right)T = \frac{e}{m}\left(\frac{r}{2}\frac{B}{T}\right)T$$

$$= \frac{erB}{2m}$$

e as novas velocidades são:

$$v = v_0 \pm \frac{erB}{2m}$$

$(+)$ para ver o sentido horário e $(-)$ para o sentido anti-horário. Dividindo v por r e supondo que r não varie, temos:

$$\omega = \omega_0 \pm \frac{eB}{2m}.$$

Essa nova velocidade angular permite fazer aumentar ou diminuir o momento magnético orbital. A existência de um efeito diamagnético num campo magnético constante pode ser "explicada", observando que os elétrons circulantes continuam cortando as linhas de fluxo magnético.